

Analízis 1. gyakorlat, 2008/2009
Gyakorló feladatsor a 2. zárthelyihez

1. Határozzuk meg a következő határértékeket!

a) $\lim \left(\frac{(-2n^2 + 1)^3}{(n + 5)^2} \right)$ b) $\lim \left(\frac{4^n n^3 + 4^{2n}}{3^n + 16^n} \right)$ c) $\lim \left(\sqrt[n]{6^n + 7^n} \right)$

2. Konvergense-e az alábbi sorozat? Ha igen, mi a határértéke?

$$x_0 = 1, \quad x_{n+1} = 1 - \frac{2}{x_n + 2} \quad (n \in \mathbb{N})$$

3. Számoljuk ki a következő sorösszegeket!

a) $\sum_{n=1}^{\infty} 5^{-n}((-1)^n + 3^n)$ b) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-2)^n + 6}{7^n}$

4. Konvergense-e az alábbi sorok?

a) $\sum \left(\frac{(-1)^n}{3n + \frac{2}{n}} \right)$ b) $\sum \left(\frac{n(n+2)^{3n}}{3(2n^3 + n)^n} \right)$ c) $\sum \left(\frac{2n+1}{3n^3 + n^2 + 5} \right)$

5. Határozzuk meg az alábbi hatványsorok konvergenciasugarát és konvergencia-tartományát!

a) $\sum \frac{(x-3)^n}{5^n}$ b) $\sum \frac{(n!)^3}{(3n)!} (x-1)^n$

6. Állítsuk elő az alábbi függvényeket 0 körüli hatványsorok összegeként!

a) $f(x) = \frac{x}{1+x^2} \quad (x \in \mathbb{R})$ b) $f(x) = \frac{x}{(1-x)(1+2x)} \quad \left(x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ 1, -\frac{1}{2} \right\} \right)$